

临界状态围压在岩石强度准则改进中的应用

李 斌, 许梦国, 刘艳章

(武汉科技大学 冶金矿产资源高效利用与造块湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430081)

摘 要: 岩石强度准则一般是通过低围压岩石力学试验提出, 这些准则在高围压下得到的岩石强度比实测强度偏大。为解决这一问题, 提出岩石临界状态围压的概念, 并推导得到当围压达到临界状态围压时, 偏应力为常数, 临界断裂角为 45° , 以广泛使用的 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 准则为例, 将其应用到准则的改进中。通过完整岩石三轴试验数据对改进准则的准确性和适用性进行验证, 分析结果表明: 应用岩石临界状态围压改进的强度准则参数对围压变化的敏感度较低, 其不仅保持了原准则在低围压时评估岩石强度的一致性、准确性, 而且在高围压时其评估的强度与试验强度较一致, 解决了高应力条件下原强度准则高估岩石强度的问题。

关 键 词: 高应力; 临界状态围压; 强度准则; 三轴试验

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2016) 02-0390-09

Application of critical state confining pressure to rock strength criteria modification

LI Bin, XU Meng-guo, LIU Yan-zhang

(Hubei Key Laboratory for Efficient Utilization and Agglomeration of Metallurgic Mineral Resources,
Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430081, China)

Abstract: Generally, rock strength criteria are obtained by the triaxial compression tests at the low confining pressure. However, the strength in these criteria tends to be higher than experimental data at the high confining pressure. To overcome this deviation, we propose a concept of rock critical state confining pressure. It can be deduced that deviator stress is constant and critical rupture angle is 45° at critical state using this concept. It is then introduced to modify Mohr-Coulomb and Hoek-Brown strength criteria. The accuracy and applicability of these two modified criteria are verified by a series of triaxial experimental tests. It is noted that the parameters in modified criteria have lower sensitivity to the confining pressure than those in the original criteria. The modified criteria can not only maintain the consistency and accuracy in strength assessment at the low confining pressure, but also assess the consistency of experimental strength at high confining pressure. Thus, the modified criteria can be used to accurately estimate the strength of rock at the high confining pressure.

Keywords: high stress; critical state confining pressure; strength criteria; triaxial tests

1 引 言

原岩应力是引起采矿、土木建筑、水利水电、公路、铁道、军事和其他各种地下或露天岩石开挖工程变形和破坏的根本作用力^[1]。当对岩体进行开挖时, 将会使应力场重新分布, 并可能导致岩石的变形和破坏。强度准则就是用来研究各种应力场下岩石强度和确定岩石破坏时塑性区的范围, 因此,

岩石强度准则在岩石开挖工程设计和决策中有着非常重要的意义。

岩石强度准则代表不同加载条件下岩石的强度, 一般可以用主应力表示为 $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = k$, k 为常数^[2]。由于对岩石强度特征的不同理解, 过去几十年众多学者 (如 Hoek 和 Brown^[3-4]、Singh^[5]、Rafai^[6]、Peng^[7]等) 已提出多种岩石强度准则, 国际岩石力学学会 (ISRM) 提出岩石强度准则的方法

收稿日期: 2014-10-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51074115)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51074115).

第一作者简介: 李斌, 男, 1988 年生, 博士研究生, 主要从事岩石力学及采矿方法与工艺方面的研究。E-mail: li19880506@126.com

通讯作者: 刘艳章, 男, 1969 年生, 博士, 教授, 主要从事矿山测试、矿山岩石力学及工程稳定性分析、采矿工艺等方面的研究。

E-mail: liuyanzhang@163.com

来标准化不同强度准则的实际应用^[8], 如 Mohr-Coulomb 准则^[9]、Hoek-Brown 准则^[10]、3DHoek-Brown 准则^[11]、Drucker-Prager 准则^[12]、Lade 和改进的 Lade 准则^[13]、基于真三轴试验的准则^[14]等。大量的研究成果表明, 有效正应力为压缩(正值)时, 摩尔包络线趋近于曲线^[15-16]。众多的岩石强度准则一般是在低围压下提出的, 例如 Mohr-Coulomb 准则一般在低法向应力下广泛采用^[17], Hoek-Brown 准则适用范围为围压低于岩石单轴抗压强度^[18], 在高围压下这些准则评估的强度与试验强度偏差较大, 如图 1 所示。从图中可以看出: 在围压 σ_3 较小时, 准则评估的强度与试验强度基本一致, 而随着围压的逐渐增加, 评估强度将超过试验强度, 并且差值逐渐增大, 换言之, 就是高应力条件下, 强度准则高估了岩石强度, 这必然会使深部地下工程(如矿山深部开采、深部隧道工程)偏于安全, 这无疑是一个重大的隐患。

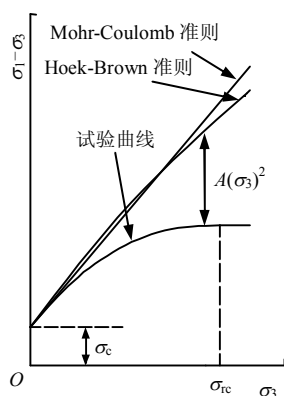


图 1 准则预测强度与试验强度

Fig.1 Comparison between the predicted strength by criteria and experimental strength

本文的主要工作就是研究解决高应力条件下强度准则过高评估岩石强度的问题。首先, 根据岩石临界状态的概念推导相关重要公式, 并提出临界状态围压的概念; 然后, 将临界状态围压和相关公式应用到岩石强度准则的改进中, 以被广泛应用的 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 强度准则为例进行准则的改进; 最后, 检验改进后的准则是否解决高应力条件下原准则过高评估岩石强度的问题, 并用已公开发表文献中大量三轴试验数据来验证改进后准则的适用性。

2 岩石临界状态围压

大量研究成果^[19-23]表明, 岩石在侧限条件下, 其强度随着围压的增加而增加, 在低围压状态下,

岩石强度增长率一般具有较大的值, 而随着围压的增加, 强度增长率会逐渐降低。随着围压的增加, 岩石的断裂行为由脆性向延性转换^[24], 在足够大的围压作用下岩石呈现完全延性状态, 当进一步增加围压时岩石就进入临界状态。

2.1 岩石临界状态

在 τ - σ 坐标系中岩石破坏包络线呈现非线性和向下凹陷, 如图 2 所示。当包络线经过剪应力轴时其切线较陡, 而随着围压的增大逐渐平缓, 在足够大的围压时则为水平线。Barton^[25]指出, 这种现象为岩石临界状态, 他在文章中将“临界状态定义为岩石在某一应力条件下摩尔包络线的峰值抗剪强度的梯度为 0, 这也代表该岩石的最大抗剪强度。对于每种岩石存在一个临界有效围压, 当围压超过它时岩石的抗剪强度不会增加”。Hoek^[18]通过分析印第安那石灰岩三轴试验数据(如图 3 所示)支持 Barton 的观点, 岩石在高围压时进入延性阶段, 随着围压的增加其包络线切线梯度逐渐趋近于 0。

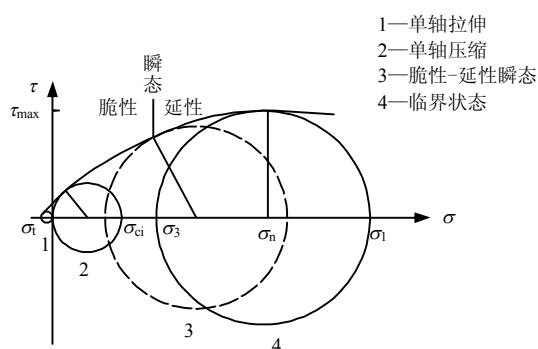


图 2 完整岩石临界状态

Fig.2 Critical states of intact rocks

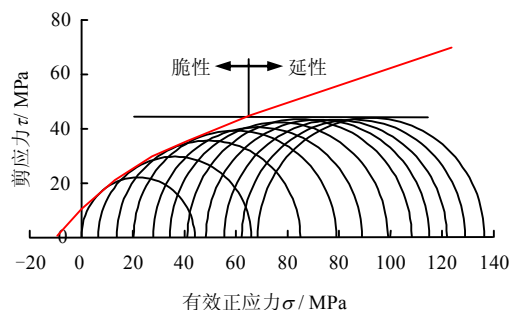


图 3 印第安那石灰岩临界状态

Fig.3 Critical state of Indiana limestone

2.2 岩石临界状态相关公式推导

在如图 4 所示的 τ - σ 应力坐标中, M 为摩尔圆圆心, β 为包络线在切点 A 处的切线倾角, 偏导数 $\partial\tau_p/\partial\sigma_p$ 和 $\partial\tau_1/\partial\sigma_3$ 的关系为^[26]

$$\frac{\partial \tau_{\psi}}{\partial \sigma_{\psi}} = -\frac{1}{\tan 2\psi} = \frac{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} - 1}{2 \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} \right)^{1/2}} \quad (1)$$

式中: τ_{ψ} 和 σ_{ψ} 分别为岩石断裂面上的剪应力和正应力; ψ 为岩石断裂角 (岩石断裂面与最小主应力方向的夹角); σ_1 和 σ_3 分别为岩石破坏时的最大主应力和最小主应力。

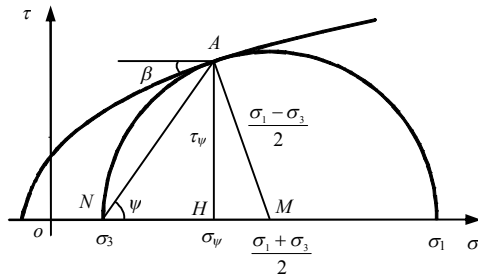


图4 摩尔包络线几何图
Fig.4 Geometry of Mohr envelope

根据图4直角三角形AHM, 有如下关系式:

$$\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sigma_{\psi} \right)^2 + \tau_{\psi}^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \quad (2)$$

式(2)对 σ_3 求导, 得到

$$\sigma_{\psi} = \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)中, 得到

$$\tau_{\psi} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1} \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} \right)^{1/2} \quad (4)$$

在直角三角形AHN中, 根据式(3)、(4)的结果, 可得到 $\tan \psi$ 的表达式为

$$\tan \psi = \frac{\tau_{\psi}}{\sigma_{\psi} - \sigma_3} = \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} \right)^{1/2} \quad (5)$$

切点A处的包络线切线梯度为

$$\tan \beta = \frac{\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sigma_{\psi}}{\tau_{\psi}} = \frac{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} - 1}{2 \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} \right)^{1/2}} \quad (6)$$

切点A处的包络线切线梯度也可以用偏导数 $\partial \tau_{\psi} / \partial \sigma_{\psi}$ 表示, 比较式(6)和式(1)发现两者是

相等的。

应用岩石临界状态的概念, 岩石随着围压的增加, 趋近于临界状态时, 包络线切线梯度趋近于0, 即 $\tan \beta$ 趋近于0, 则 $\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3$ 趋近于1。那就意味着在临界状态时, σ_1 和 σ_3 的差值, 即偏应力为常数, 则 σ_1 和 σ_3 有以下关系:

$$\sigma_{1c} - \sigma_{3c} = p \quad (7)$$

$$\frac{\partial (\sigma_{1c} - \sigma_{3c})}{\partial \sigma_{3c}} = 0 \quad (8)$$

式中: σ_{1c} 和 σ_{3c} 为岩石临界状态破坏时的最大主应力和最小主应力; p 为两者的差值, 本文将 p 定义为临界状态偏应力, 该值与岩石的类型有关。

将式(7)代入式(5)可得, 在临界状态时 $\tan \psi$ 趋近于1, 即岩石的临界断裂角为 45° 。文献[19, 27]中三轴试验数据也表明, 随着围压的逐渐增加, 断裂角不断减小, 逐渐趋近于 45° (文献中最小断裂角为 48°), 尤明庆^[28]在研究指数型强度准则时同样也预测随着围压的增加破裂角趋于 45° 。本文得出的推导结果与 Barton^[29]提出在岩石临界状态时, $\sigma_1 = 3\sigma_3$ 及临界断裂角 60° 存在差异。

2.3 临界状态时的围压

图1按照Barton的解释应理解为岩石经历脆性阶段、脆性向延性转化阶段和延性进入临界状态。Barton^[25]指出, 岩石在进入临界状态时其摩尔包络线趋近水平线, 其切线梯度近似为0。按照岩石临界状态的概念经过前面的公式推导, 可以认为, 当围压增加到足够大而进入临界状态时偏应力将会是一个常数, 该常数不会随围压的增加而变化, 本文将该岩石临界状态下的围压定义为临界状态围压, 用 σ_{rc} 表示。

由于对临界状态围压的研究较少, 这里参考岩石脆-延性转化临界围压的取值。杨圣奇^[30]提出, 粗粒大理岩的脆-延性转化临界围压为 $0.47\sigma_c$, 徐松林^[31]给出了大理岩的脆-延性转化临界围压约为 $(0.85 \sim 1.0)\sigma_c$, Hoek^[18]提出, 当围压超过 σ_c 时岩石会进入脆性向延性转化阶段。Singh^[32]通过对201组完整岩石的三轴试验结果进行反分析提出, 当临界状态围压近似等于 σ_c 时一致性方差最小。临界状态围压一般与岩石类型有关, 不同类型的岩石一般具有不同的临界状态围压, 借鉴以上学者用单轴抗压强度的表示方法, 本文将临界状态围压用下式表示:

$$\sigma_{rc} = n\sigma_c \quad (9)$$

式中: σ_{rc} 为岩石临界状态围压; σ_c 为岩石单轴抗压强度; 将 n 定义为岩石临界状态系数, n 为正实数。

3 应用岩石临界状态围压对强度准则的改进

本文以被广泛应用的 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 强度准则为例, 应用岩石临界状态围压的概念及相关重要推导公式对其进行改进。

对于完整岩石 Mohr-Coulomb^[1] 和 Hoek-Brown^[4] 强度准则用主应力可以表示为

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_3) &= \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 \\ (\sigma_1 - \sigma_3) &= (m\sigma_c \sigma_3 + \sigma_c^2)^{0.5} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: σ_1 和 σ_3 分别为岩石破坏时的最大主应力和最小主应力; c 为黏聚力; φ 为内摩擦角; σ_c 和 $2c \cos \varphi / (1 - \sin \varphi)$ 为完整岩石材料的单轴抗压强度; m 为与岩石类型有关的常数。

本文提出的假设是对于给定的围压 σ_3 , 准则过高预测的偏差值为 $A(\sigma_3)^2$, A 为与岩石类型有关的常数, $(\sigma_3)^2$ 的选择是基于三轴试验结果, 而且发现拟合度比较好, 另外一个最主要的原因是在后面的推导过程中发现, 当选择 $(\sigma_3)^2$ 时, 推导的表达式结果相对简洁。为方便表述, A 在 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 强度准则中分别用 A_1 和 A_2 表示。为解决高应力条件下强度准则过高评估岩石强度的问题, 用式 (10) 减去偏差项 $A(\sigma_3)^2$, 则得到

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_3) &= \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 - A_1(\sigma_3)^2 \\ (\sigma_1 - \sigma_3) &= (m\sigma_c \sigma_3 + \sigma_c^2)^{0.5} - A_2(\sigma_3)^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

3.1 边界条件 I

当没有围压 ($\sigma_3 = 0$) 时, 岩石的强度应该等于单轴抗压强度, 即

$$\sigma_3 = 0, \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_c \quad (12)$$

将 $\sigma_3 = 0$ 代入式 (11), 可以很容易观察到其是满足边界条件 I 的。

3.2 边界条件 II

边界条件 II 就是岩石临界状态, 当围压 σ_3 趋近于岩石临界状态围压 σ_{rc} 时, 图 1 中的曲线梯度趋近于 0, 应满足式 (8), 即 $\sigma_3 \rightarrow \sigma_{rc}$ 时, $\frac{\partial(\sigma_1 - \sigma_3)}{\partial \sigma_3} \rightarrow$

0。

式 (11) 对 σ_3 求微分得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\sigma_1 - \sigma_3)}{\partial \sigma_3} &= \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - 2A_1 \sigma_3 \\ \frac{\partial(\sigma_1 - \sigma_3)}{\partial \sigma_3} &= \frac{m\sigma_c}{2\sqrt{m\sigma_c \sigma_3 + \sigma_c^2}} - 2A_2 \sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

在临界状态时, $\sigma_3 = \sigma_{rc}$, $\partial(\sigma_1 - \sigma_3) / \partial \sigma_3 = 0$,

$$\Rightarrow \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - 2A_1 \sigma_{rc} = 0 \Rightarrow \frac{m\sigma_c}{2\sqrt{m\sigma_c \sigma_{rc} + \sigma_c^2}} - 2A_2 \cdot$$

$\sigma_{rc} = 0$ 。

可得到

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\sin \varphi}{\sigma_{rc}(1 - \sin \varphi)} \\ A_2 &= \frac{m\sigma_c}{4\sigma_{rc}\sqrt{m\sigma_c \sigma_{rc} + \sigma_c^2}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将式 (9) 代入式 (14), 得到

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\sin \varphi}{n\sigma_c(1 - \sin \varphi)} = \frac{\sin \varphi}{2nc \cos \varphi} \\ A_2 &= \frac{m}{4n\sigma_c \sqrt{mn + 1}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

将式 (15) 代入式 (11), 则得到改进的强度准则

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_3) &= \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 - \frac{\sin \varphi}{2nc \cos \varphi} (\sigma_3)^2 \\ (\sigma_1 - \sigma_3) &= (m\sigma_c \sigma_3 + \sigma_c^2)^{0.5} - \frac{m}{4n\sigma_c \sqrt{mn + 1}} (\sigma_3)^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式 (16) 只适用到临界状态 ($\sigma_3 \leq \sigma_{rc}$), 当 $\sigma_3 = \sigma_{rc}$ 岩石的剪切强度到达最大值, 在 $\sigma_3 \geq \sigma_{rc}$ 岩石破坏时偏应力将会是常数。

$$\left. \begin{aligned} p_1 = (\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} &= \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \frac{2nc \sin \varphi \cos \varphi}{(1 - \sin \varphi)^2} \\ p_2 = (\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} &= \frac{3mn + 4}{4\sqrt{mn + 1}} \sigma_c \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

4 应用岩石临界状态围压改进强度准则的验证

为验证岩石临界状态围压在强度准则改进应用中的合理性, 本文将从两个方面对其进行验证: ① 准确性验证, 检验改进后的准则评估的强度与试验强度是否一致, 是否解决高应力条件下原准则过高

评估岩石强度的问题；②适用性验证，即用已公开发表文献中大量三轴试验结果来验证改进后准则的适用性。

4.1 准确性验证

基于客观的原则，这里选取文献[18]中印第安那石灰岩三轴试验数据对应应用岩石临界状态围压改进的准则进行准确性验证。具体数据如表 1 所示，总共 11 组数据，其中包括一组单轴抗压试验数据。

将以上试验数据代入原强度准则和本文基于岩

石临界状态围压改进的强度准则，并通过以下方式得到最适合各种强度准则的参数：①只考虑前 3 组试验数据（其中包括 $\sigma_3 = 0$ 时的数据）；②随着围压的增加，考虑前 4 组数据、前 5 组数据，等等；③考虑全部的 11 组数据来确定准则的参数。具体方法为在 1stOpt 软件中使用麦夸特法和通用全局优化法按照以上方式对其进行最佳参数拟合，得到的 3 种强度准则最适合参数如表 2 所示，包括平均值和标准方差。

表 1 印第安那石灰岩三轴试验数据
Table 1 Triaxial experimental data of Indiana limestone

σ_3 / MPa	0.0	6.5	13.7	20.3	27.9	34.4	41.2	48.4	55.4	62.3	68.4
σ_1 / MPa	44.0	66.0	85.0	99.0	109.0	119.0	128.2	135.1	141.9	149.1	156.5

表 2 各种强度准则的最适合参数
Table 2 Best fitting parameters for several criteria

三轴试验 数据组数	Mohr-Coulomb 准则		Hoek-Brown 准则		改进的 Mohr-Coulomb 准则			改进的 Hoek-Brown 准则		
	c / MPa	φ / (°)	m	σ_c / MPa	c / MPa	φ / (°)	n	m	σ_c / MPa	n
3	12.72	29.93	5.22	44.00	11.38	35.31	0.57	5.86	44.00	0.93
4	16.31	24.22	5.22	44.00	11.63	34.29	0.68	5.87	44.00	0.91
5	16.31	24.22	4.77	44.00	11.43	35.09	0.62	6.19	44.00	0.71
6	18.67	19.60	2.77	51.16	11.81	33.55	0.75	6.00	44.00	0.82
7	19.46	18.08	2.50	51.94	12.57	32.53	0.73	5.87	44.00	0.90
8	19.46	18.08	2.50	51.94	14.80	27.75	0.89	5.87	44.00	0.90
9	25.32	12.83	2.20	52.78	15.44	26.39	0.94	5.33	44.02	0.99
10	27.14	10.46	1.09	64.21	15.53	26.20	0.95	4.44	47.22	1.00
11	28.38	8.87	0.88	65.54	15.92	25.39	1.01	3.99	48.29	1.06
平均值	20.42	18.48	3.02	52.17	13.39	30.72	0.79	5.49	44.84	0.91
标准方差	5.37	6.96	1.67	8.10	1.98	4.19	0.16	0.77	1.68	0.10

4.1.1 准则参数敏感性比较

在表 2 中可以观察到 Mohr-Coulomb 准则的参数 c 、 φ 和 Hoek-Brown 准则的参数 m 、 σ_c 均有较大的变化，其标准方差分别为 5.37、6.96、1.67 和 8.10；而通过应用岩石临界状态围压改进后的准则各参数比较稳定。这就表明对于同种类型岩石，通过采用不同围压来确定准则参数时，原准则参数对围压的变化非常敏感，而通过应用岩石临界状态围压改进后的准则参数对围压具有非常低的敏感度。换言之，为了评估岩石在高应力条件下的强度，如果采用原准则就必须进行高围压条件下的三轴试验，而如果采用本文通过应用岩石临界状态围压的方法改进后的准则，通过进行低围压下的三轴试验就可以做出比较准确的高应力条件下岩石强度的评估。

4.1.2 准则预测强度比较

为了验证改进强度准则评估岩石强度的准确性，这里假定表 2 中只有前 3 组数据可用，利用其

得到各强度准则的参数，然后通过这些参数来确定其他围压下岩石的三轴强度，最后对比各准则评估强度与试验强度。

(1) Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 强度准则

利用前 3 组数据得到 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 强度准则参数（表 2）分别为 $c = 12.72$ MPa， $\varphi = 29.93^\circ$ 和 $m = 5.22$ ， $\sigma_c = 44$ MPa，则 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 强度准则（式（10））可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 44 + 2.99\sigma_3 \\ \sigma_1 &= \sigma_3 + (229.68\sigma_3 + 1936)^{0.5} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(2) 应用岩石临界状态改进后的准则

利用前 3 组数据得到改进后的 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 强度准则参数（表 2）分别为 $c = 11.38$ MPa， $\varphi = 35.31^\circ$ ， $n = 0.57$ 和 $m = 5.86$ ， $\sigma_c = 44$ MPa， $n = 0.93$ ，则改进后的准则（式（16））可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 44.01 + 3.74\sigma_3 - 0.055\sigma_3^2 \\ \sigma_1 &= \sigma_3 + (257.84\sigma_3 + 1936)^{0.5} - 0.014\sigma_3^2 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

当 σ_3 达到岩石临界围压 $\sigma_{rc} = n\sigma_c$ 时, 通过式 (17) 改进后的准则可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 78.37 + \sigma_3 \\ \sigma_1 &= 88.14 + \sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

各准则用来评估印第安那石灰岩在给定围压时的三轴强度如表 3 所示。图 5 为以上各强度准则评估结果和试验结果的对比。从表 3 和图 5 可以看出, 当围压较低 (小于 20 MPa) 时, 各准则评估的强度基本一致, 而且与试验结果几乎完全吻合; 随着围压的逐渐增加, Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则评估的强度逐渐超过试验强度, 在最大围压 68.4 MPa 时误差分别达到 58.80% 和 28.59%, 而通过应用岩石临界状态围压改进后的准则评估的强度与试验强度基本一致, 改进后的 Mohr-Coulomb 准则评估的强度略低于试验强度, 在最大围压时的误差为 6.21%, 改进后的 Hoek-Brown 准则预测的强度几乎与试验强度完全吻合, 在最大围压时的误差为 0.026%。

通过以上准则准确性验证可以得到, 应用岩石临界状态围压改进后的准则参数对围压变化敏感性较低, 在低围压和高围压下其评估的强度基本都与试验强度一致, 从而证明其解决了高应力条件下原准则过高评估岩石强度的问题。对于深部地下工程, 这里值得提出的是, 应用岩石临界状态围压改进后的准则, 仅需要知道准则在低围压时的参数就可以比较准确地评估岩石在高围压时的强度。

表 3 各强度准则评估结果与试验结果
Table 3 Estimated results of several criteria
and experiment data

围压 σ_3 / MPa	Mohr-Coulomb 强度准则		Hoek-Brown 强度准则		三轴试验 结果 σ_1 / MPa
	原准则 / MPa	改进后 / MPa	原准则 / MPa	改进后 / MPa	
0.0	44.00	44.010 00	44.00	44.00	44.0
6.5	63.44	65.996 25	65.06	66.01	66.0
13.7	84.97	84.925 05	84.996	85.02	85.0
20.3	104.70	97.267 05	101.53	99.21	99.0
27.9	127.42	106.270 00	119.25	112.55	109.0
34.4	146.86	112.770 00	133.58	121.78	119.0
41.2	167.19	119.570 00	147.97	129.34	128.2
48.4	188.72	126.770 00	162.65	136.54	135.1
55.4	209.65	133.770 00	176.48	143.54	141.9
62.3	230.28	140.670 00	189.76	150.44	149.1
68.4	248.52	146.770 00	201.24	156.54	156.5

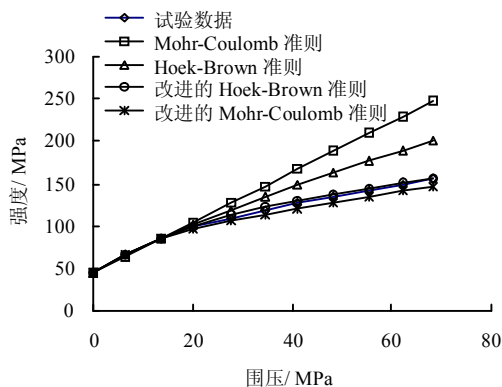


图 5 各强度准则评估结果与试验结果的对比
Fig.5 Comparison between experimental strength
and estimated strength by several criteria

4.2 适用性验证

基于客观的原则, 这里用已公开发表文献中三轴试验数据来验证应用岩石临界状态围压改进准则的适用性, 具体的岩石三轴试验数据和引用文献如表 4 所示。具体的做法是: ①根据每种岩石前 3 组试验结果 (包括 $\sigma_3 = 0$) 确定改进准则的参数; ②根据第①步确定的参数, 用改进准则评估该岩石在其他不同围压下的强度; ③将第②步的结果与试验结果比较, 并计算出误差, 具体结果如图 6 所示。

从图 6 中 4 种岩石的强度曲线均可以看出, 应用岩石临界状态围压改进的准则评估强度曲线与试验强度曲线总体基本一致, 总体平均误差均在 10% 以内 (最大平均误差为 7.01%)。在较低围压时评估的强度与试验强度几乎完全吻合, 在较高围压下时评估的强度与试验强度比较一致, 偏差度较小。对于脆性极强且强度高的岩石, 在其未进入延性阶段也可以用改进的准则进行强度评估, 如表 6 中的 Daye 大理石, 通过与试验强度比较发现, 改进强度准则评估的岩石强度仍然具有较高的准确度。

表 4 完整岩石常规三轴压缩强度数据
Table 4 Conventional triaxial compressive
strength data of intact rocks

Solnhofen 石灰岩 ^[33]		Tyndall 石灰岩 ^[34]		Daye 大理石 ^[19]		Vosges 砂岩 ^[35]	
σ_3 / MPa	σ_1 / MPa	σ_3 / MPa	σ_1 / MPa	σ_3 / MPa	σ_1 / MPa	σ_3 / MPa	σ_1 / MPa
0	293	0	52	0	96.2	0.5	33.5
6	335	5	88	10	145.4	10.0	83.0
15	360	10	106	20	193.4	20.0	114.0
24	381	15	118	30	232.9	30.0	134.0
46	426	20	137	40	246.4	40.0	149.0
72	467	25	149	50	272.4	50.0	167.0
111	518	30	164	60	308.0	60.0	174.0
195	595	35	176	70	348.7		
304	709	40	190	80	353.6		
				90	367.6		
				100	402.7		

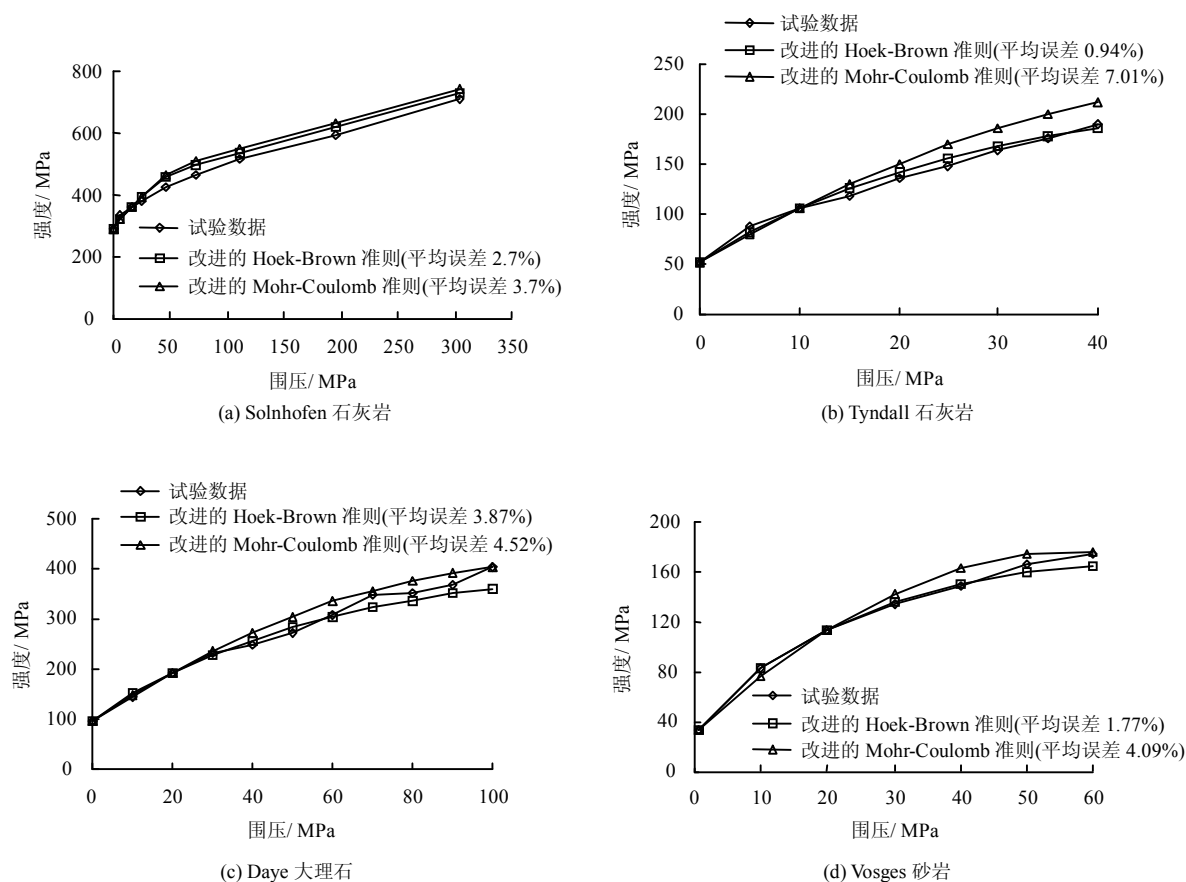


图6 准则评估强度与试验强度

Fig.6 Estimated strengths by criteria and experimental strengths

通用引用其他学者不同岩石三轴试验数据分析证明,应用岩石临界状态围压改进的准则具有较好的适用性。由此认为,应用岩石临界状态围压改进的准则可以较高精度地评估岩石在不同围压下的强度,尤其是在高应力情况下的应用。

5 结 论

(1) 通过在 τ - σ 应力空间的相关推导得出,当围压逐渐增加达到岩石临界状态时, σ_1 和 σ_3 的差值即偏应力为常数,该值不会随着围压的增加而变化;岩石的临界断裂角为 45° 。以上结论与 Barton 提出岩石临界状态时认为 $\sigma_1 = 3\sigma_3$ 及临界断裂角 60° 的观点存在差异。

(2) 提出了临界状态围压的概念,其一般与岩石类型有关,不同类型的岩石一般具有不同的临界状态围压,该值的波动范围较大,不能简单地等同单轴抗压强度来处理。

(3) 应用岩石临界状态围压改进的强度准则参数对围压变化的敏感度较低,不仅保持了原准则在低围压时评估强度的一致性、准确性,而且在高围压时其评估的强度与试验强度较一致,解决了高应力条件下原强度准则过高评估岩石强度的问题。

参 考 文 献

- [1] 蔡美峰,何满潮,刘东燕. 岩石力学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
CAI Mei-feng, HE Man-chao, LIU Dong-yan. Rock mechanics and engineering[M]. Beijing: Science Press, 2010.
- [2] DAVIS R O, SELVADURAI A P S. Plasticity and geomechanics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- [3] HOEK E, BROWN E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, 34(8): 1165—1186.
- [4] HOEK E, CARRANZA-TORRES C, CORKUM B. Hoek-Brown failure criterion-2002 Edition[C]// Proceedings of NARMS-TAC Conference. Toronto: University of Toronto Press, 2002: 267—273.
- [5] SINGH M, SINGH B. A strength criterion based on critical state mechanics for intact rocks[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2005, 38(3): 243—248.
- [6] RAFIAI H. New empirical polyaxial criterion for rock

- strength[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2011, 48(6): 922—931.
- [7] PENG J, RONG G, CAI M, et al. An empirical failure criterion for intact rocks[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2014, 47(2): 347—356.
- [8] HAIMSON B, BOBET A. Introduction to suggested methods for failure criteria[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2012, 45(6): 973—974.
- [9] LABUZ J F, ZANG A. Mohr-Coulomb failure criterion[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2012, 45(6): 975—979.
- [10] EBERHARDT E. The Hoek-Brown failure criterion[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2012, 45(6): 981—988.
- [11] PRIEST S. Three-dimensional failure criteria based on the Hoek-Brown criterion[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2012, 45(6): 989—993.
- [12] ALEJANO L R, BOBET A. Drucker-Prager criterion[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2012, 45(6): 995—999.
- [13] DA FONTOURA S A B. Lade and modified Lade 3D rock strength criterion[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2012, 45(6): 1001—1006.
- [14] CHANG C, HAIMSON B. A failure criterion for rocks based on true triaxial testing[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2012, 45(6): 1007—1010.
- [15] SINGH M, RAO K S. Bearing capacity of shallow foundations in anisotropic non-Hoek-Brown rock masses[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2005, 131(8): 1014—1023.
- [16] 咎月稳, 俞茂宏, 王思敬. 岩石的非线性统一强度准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(10): 1435—1441.
- ZAN Yue-wen, YU Mao-hong, WANG Si-jing. Nonlinear unified strength criterion of rock[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(10): 1435—1441.
- [17] 汪斌, 朱杰兵, 邬爱清, 等. 高应力下岩石非线性强度特性的试验验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 542—548.
- WANG Bin, ZHU Jie-bing, WU Ai-qing, et al. Experimental validation of nonlinear strength property of rock under high geostress[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(3): 542—548.
- [18] HOEK E. Strength of jointed rock masses[J]. **Géotechnique**, 1983, 23(3): 187—223.
- [19] OUYANG Z, ELSWORTH D. A phenomenological failure criterion for brittle rock[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 1991, (24): 133—153.
- [20] YANG Yu-gui, LAI Yuan-ming, DONG Yuan-hong, et al. The strength criterion and elastoplastic constitutive model of frozen soil under high confining pressures[J]. **Cold Regions Science and Technology**, 2010, 60(2): 154—160.
- [21] 尤明庆. 围压对岩石试样强度的影响及离散性[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(5): 929—937.
- YOU Ming-qing. Effect of confining pressure on strength scattering of rock specimen[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(5): 929—937.
- [22] SHEN J Y, JIMENEZ R, KARAKUS M, et al. A simplified failure criterion for intact rocks based on rock type and uniaxial compressive strength[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2014, 47(2): 357—369.
- [23] 汪斌, 朱杰兵, 邬爱清, 等. 锦屏大理岩加、卸载应力路径下力学性质试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(10): 2138—2145.
- WANG Bin, ZHU Jie-bing, WU Ai-qing, et al. Experimental study on mechanical properties of Jinping marble under loading and unloading stress paths[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(10): 2138—2145.
- [24] MOGI K. On the pressure dependence of strength of rocks and the coulomb fracture criterion[J]. **Tectonophysics**, 1974, 21(3): 273—285.
- [25] BARTON N. The shear strength of rock and rock joints[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1976, (13): 255—279.
- [26] LAMA R D, SALUJA S S. Handbook on mechanical properties of rocks: Testing techniques and results[M]. [S. l.]: Trans Tech Publications Inc., 1974.
- [27] 刘泉声, 刘恺德, 朱杰兵, 等. 高应力下原煤三轴压缩力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(1): 24—34.

- LIU Quan-sheng, LIU Kai-de, ZHU Jie-bing, et al. Study of mechanical properties of raw coal under high stress with triaxial compression[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(1): 24—34.
- [28] 尤明庆. 岩石指数型强度准则在主应力空间的特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(8): 1541—1551.
- YOU Ming-qing. Characteristics of exponential strength criterion of rock in principal stress space[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(8): 1541—1551.
- [29] BARTON N. Shear strength criteria for rock, rock joints, rockfill and rock masses: problems and some solutions[J]. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, 2013, (4): 249—261.
- [30] 杨圣奇, 苏承东, 徐卫亚. 大理岩常规三轴压缩下强度和变形特性的试验研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(3): 475—478.
- YANG Sheng-qi, SU Cheng-dong, XU Wei-ya. Experimental investigation on strength and deformation properties of marble under conventional triaxial compression[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(3): 475—478.
- [31] 徐松林, 吴文, 王广印, 等. 大理岩等围压三轴压缩全过程研究 I: 三轴压缩全过程的峰前、峰后卸围压全过程实验[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 763—767.
- XU Song-lin, WU Wen, WANG Guang-yin, et al. Study on complete procedures of marble under triaxial compression I: Testing study on complete procedure of triaxial compression and the processes of unloading confining at the pre-peak and post-peak[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2001, 20(6): 763—767.
- [32] SINGH M, RAJ A, SINGH B. Modified Mohr-Coulomb criterion for non-linear triaxial and polyaxial strength on intact rocks[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2001, 48(4): 546—555.
- [33] MOGI K. Experimental rock mechanics[M]. London: Taylor and Francis, 2007.
- [34] CARTER B J, DUNCAN S E J, LAJTAI E Z. Fitting strength criteria to intact rock[J]. **Geotechnical and Geological Engineering**, 1991, 9(1): 73—81.
- [35] BESUELLE P, DESRUES J, RAYNAUD S. Experimental characterization of the localization phenomenon inside a Vosges sandstone in a triaxial cell[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2000, 37(8): 1223—1237.

上接第 389 页

- [17] HYODO M, YASUHARA K. Analytical procedure for evaluating pore-water pressure and deformation of saturated clay ground subjected to traffic loads[C]// Proceedings of the Sixth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Innsbruck, Austria: Balkema A. A., 1988, 653—658.
- [18] SEED H B, BOOKER J R. Stabilization of potentially liquefiable sand deposits using gravel drain systems[R]. Earthquake Research Centre, Report No. EERC 76-10. Berkeley: University of California, 1976.
- [19] NI J, INDRARATNA B, GENG X Y, et al. Model of soft soils under cyclic loading[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2015, 15(4): 04014067.
- [20] CARTER J P, BOOKER J R, WROTH C P A. critical state soil model for cyclic loading[C]//Soil Mechanics-Transient and cyclic loads. London: John Wiley & Sons, 1982: 219—252.
- [21] ROSCOE K H, BURLAND, J B. On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay[C]//Engineering Plasticity. Cambridge, U. K.: Cambridge University Press, 1968: 535—609.